

Wykład VI

Krótki wstęp do fizyki półprzewodników

<http://www.dbc.wroc.pl/publication/17102>

FOZE_wyklad e-skrypt_Popko.pdf

Elektronovolt (eV)

Bardzo użyteczna jednostka energii w fizyce ciała stałego

1eV to energia potrzebna do przeniesienia elektronu w polu elektrycznym między punktami o różnicy potencjałów równej 1V

Aby zamienić 1eV na 1J korzystamy z równania:

$$1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot V = 1.6 \cdot 10^{-19} J$$

Aby obliczyć jakiej długości fali λ odpowiada foton o energii E_f , wyrażonej w eV, korzystamy z równania:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda(\mu m) = \frac{1.24}{E_f (eV)}$$

$$\lambda(nm) = \frac{1240}{E_f (eV)}$$

Stacjonarne równanie Schrödingera

Funkcję falową, Ψ dla danej cząstki, lub bardziej złożonego układu fizycznego, otrzymujemy rozwiązując równanie różniczkowe nazywane równaniem Schrödingera.

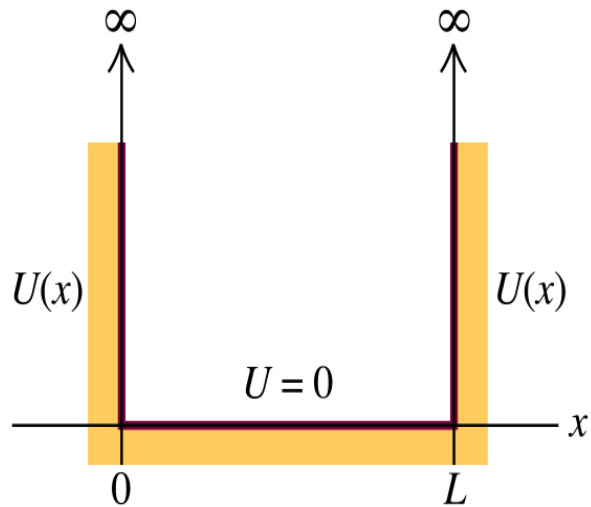
Jeżeli energia potencjalna cząstki U nie zależy od czasu, to równanie Schrödingera jest równaniem niezależnym od czasu i nazywa się **stacjonarnym równaniem Schrödingera**.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

Z rozwiązania równania Schrödingera otrzymuje się:

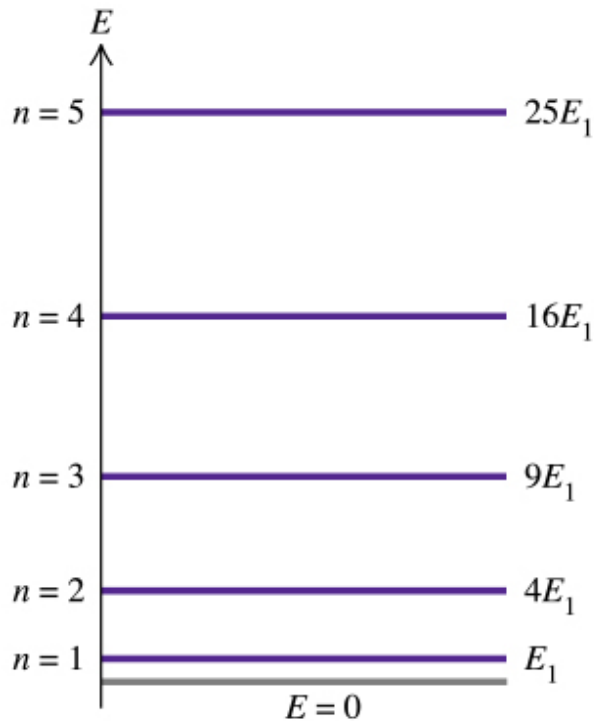
- dozwolone wartości energii E cząstki
- postać jawną funkcji falowej $\Psi(x)$

Cząstka w studni potencjału



Równanie Schrödingera:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi$$



$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2$$

gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$

Kwantowanie energii

- **Energia dowolnego obiektu jest skwantowana. Obiekt znajduje się na jednym z dozwolonych poziomów energetycznych**
- **Zmiana energii układu może odbywać się wyłącznie porcjami - *kwantami***
- **W makroświecie odległość pomiędzy najbliższymi poziomami energetycznymi jest niemierzalnie mała**

Atom wodoru wg
mechaniki
kwantowej

Równanie Schrödingera

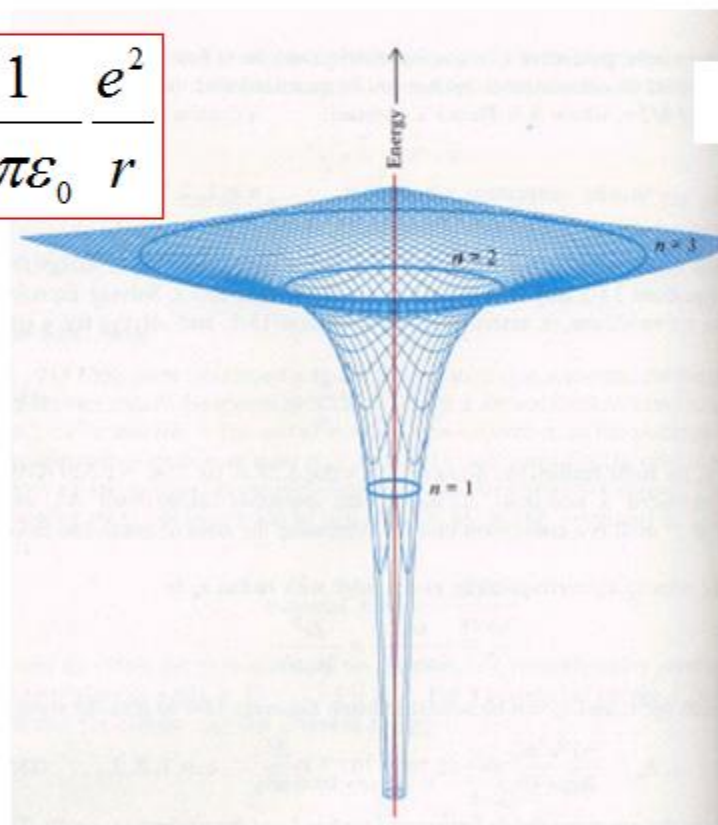
$$\hat{H}\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z)$$

$$\left\{ \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] + V(x, y, z) \right\} \psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z)$$

Równanie różniczkowe na pochodne cząstkowe z 3 niezależnymi współrz.

Energia potencjalna we
współrzędnych
sferycznych.

$$\rightarrow V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

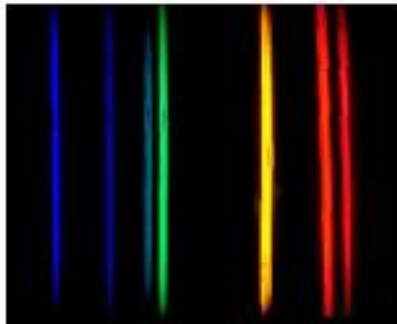


Atomu wodoru

$$E_n = -13.6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2}$$

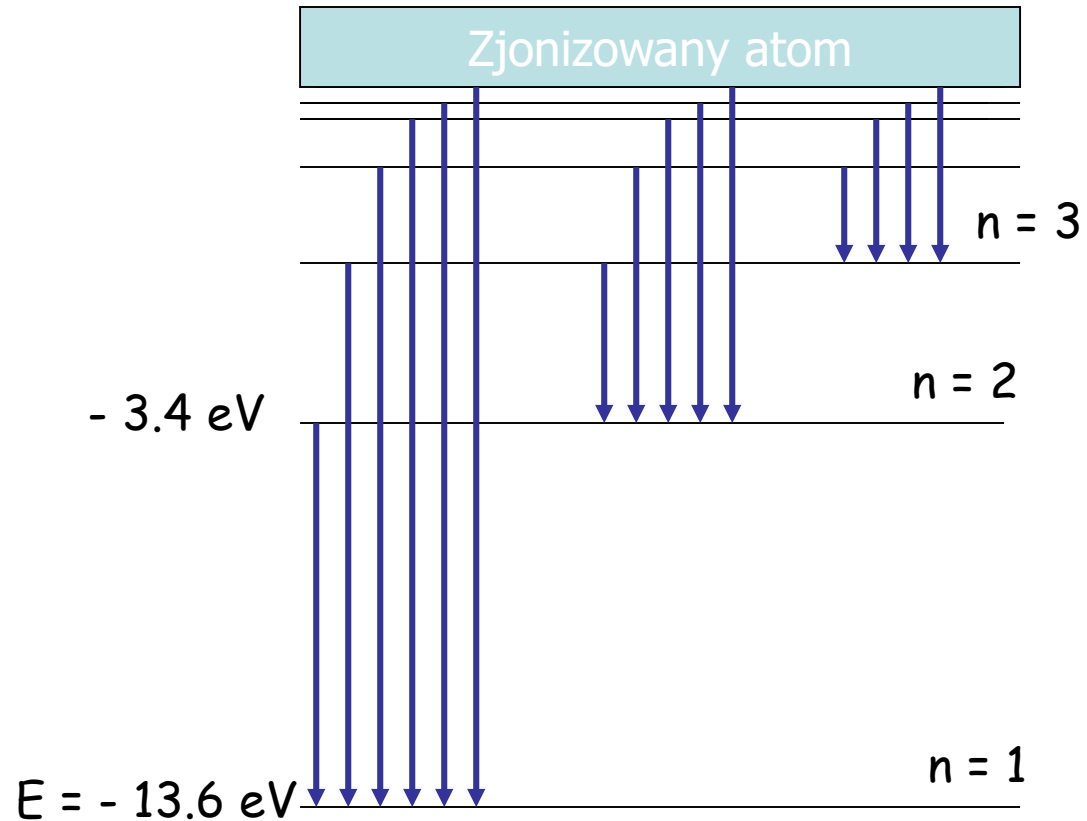
n- główna liczba kwantowa

$n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots;$



1 2 3 4 5 6 7

Widmo helu



Rozwiązanie równania Schrödingera dla elektronu w atomie

Stan elektronu charakteryzowany jest poprzez skwantowane: energię, wartość momentu pędu, rzut momentu pędu na wybrany kierunek oraz wartość rzutu własnego momentu pędu (spinu) elektronu na wybrany kierunek.

<u>nazwa</u>	<u>symbol</u>	<u>wartość</u>	Funkcja falowa elektronu w atomie zgodnie z zakazem Pauliego jest inna dla każdego elektronu
główna liczba kwantowa	n	1, 2, 3, ...	Ψ_{n,l,m_l,m_s}
poboczna liczba kwantowa	l	0, 1, 2, ... $n-1$	
magnetyczna liczba kwantowa	m_l	od $-l$ do $+l$	
spinowa liczba kwantowa	m_s	$\pm 1/2$	

Funkcja falowa elektronu w atomie Ψ_{n,l,m_l,m_s}

$$n = 1; l = 0; m_l = 0; m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$n = 2; l = 0, 1; m_l = 0, \pm 1; m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_{1,0,0,-\frac{1}{2}} \\ \Psi_{1,0,0,+\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \text{ Stan } 1s^2$$

2 stany do
obsadzenia
przez elektrony

Powłoka K

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_{2,0,0,-\frac{1}{2}} \\ \Psi_{2,0,0,+\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \text{ Stan } 2s^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_{2,1,0,-\frac{1}{2}} \\ \Psi_{2,1,0,+\frac{1}{2}} \\ \Psi_{2,1,-1,-\frac{1}{2}} \\ \Psi_{2,1,-1,+\frac{1}{2}} \\ \Psi_{2,1,+1,-\frac{1}{2}} \\ \Psi_{2,1,+1,+\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \text{ Stan } 2p^6$$

2 stany do
obsadzenia
przez elektrony

6 stanów do
obsadzenia
przez elektrony

Powłoka L - 8 stanów

Funkcja falowa elektronu w atomie Ψ_{n,l,m_l,m_s}

$$n = 3; l = 0, 1, 2; m_l = 0, \pm 1, \pm 2; m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Psi_{3,0,0,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,0,0,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,1,0,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,1,0,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,1,-1,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,1,-1,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,1,+1,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,1,+1,+\frac{1}{2}}$$

Stan $3s^2$

2 stany do
obsadzenia
przez elektrony

Stan $3p^6$

6 stanów do
obsadzenia
przez elektrony

$$\Psi_{3,2,0,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,0,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,+1,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,+1,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,-1,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,-1,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,2,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,2,+\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,-2,-\frac{1}{2}}$$

$$\Psi_{3,2,-2,+\frac{1}{2}}$$

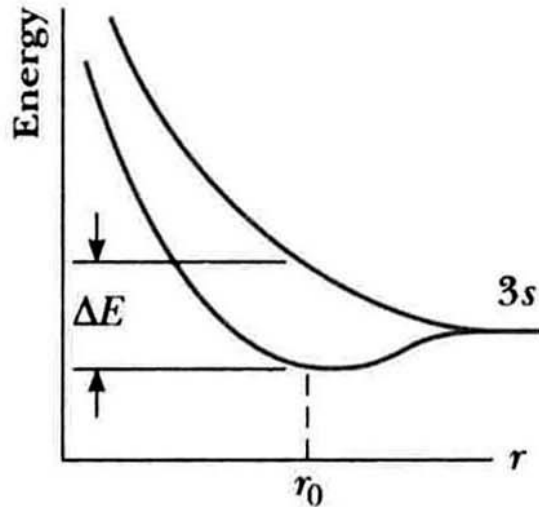
Stan $3d^{10}$

10 stanów do
obsadzenia
przez elektrony

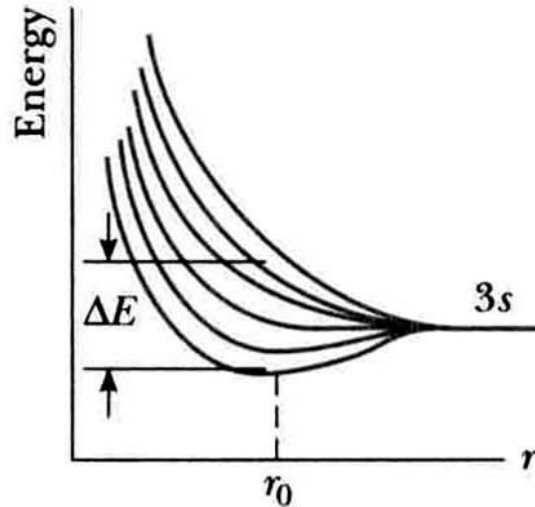
Powłoka M - 18 stanów

Rozszczepienie poziomów energetycznych w ciele stałym

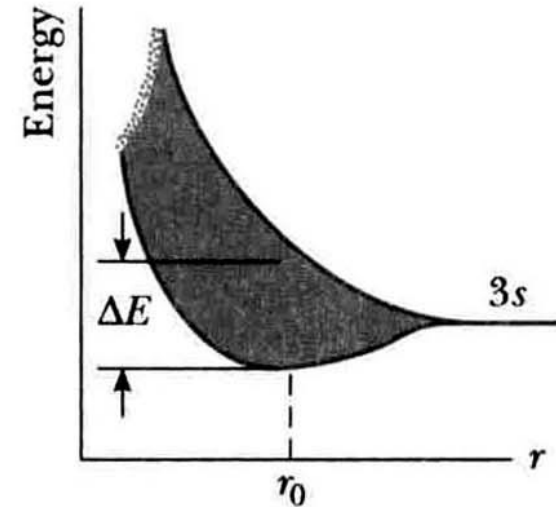
Dwa atomy



Sześć atomów



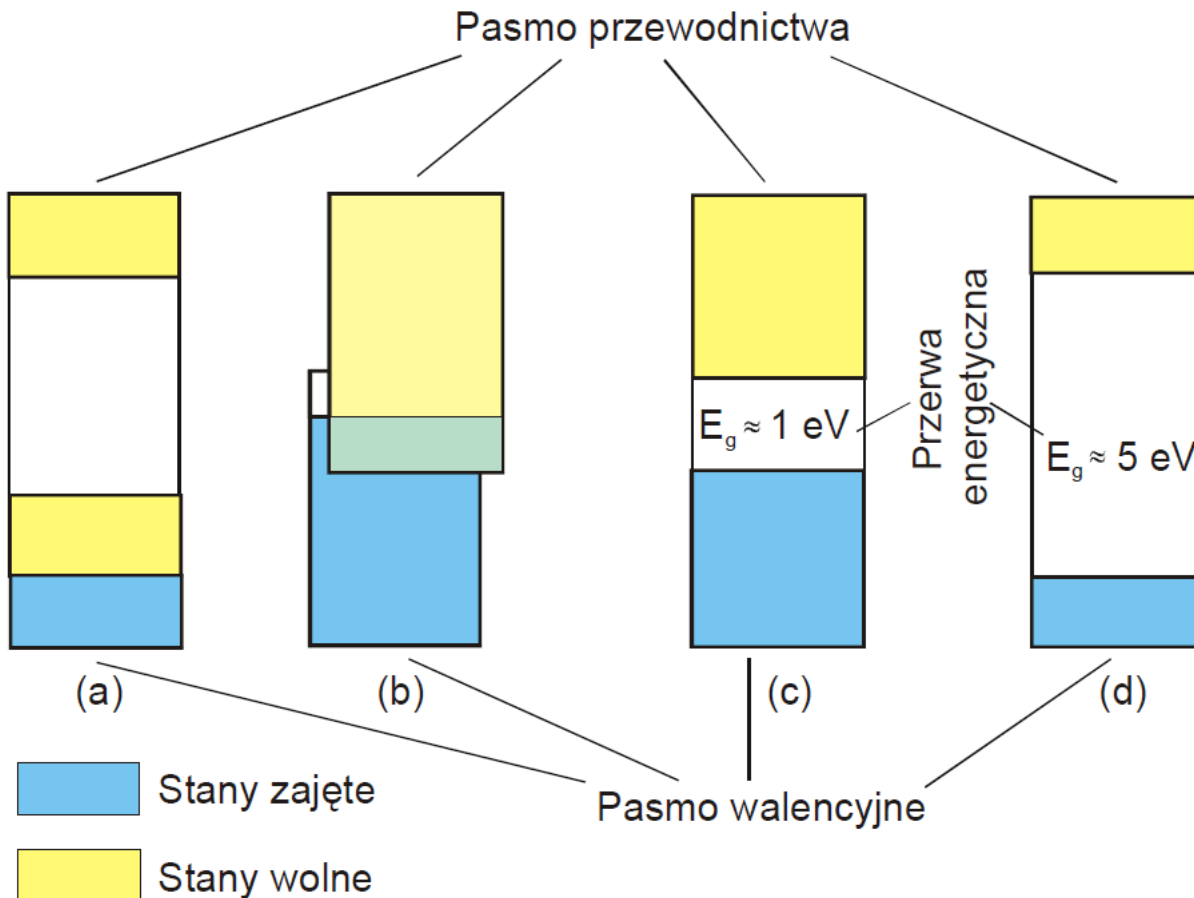
Ciało stałe
 $N \sim 10^{23}$ atomów/cm³



- **Zakaz Pauliego:** elektrony w atomie muszą różnić się przynajmniej jedną liczbą kwantową tzn. nie ma dwóch takich elektronów których stan opisywany byłby przez ten sam zestaw liczb kwantowych n , ℓ , m_ℓ oraz m_s .
- W zbiorze wzajemnie oddziałujących na siebie atomów nie ma dwóch elektronów o identycznych stanach energetycznych

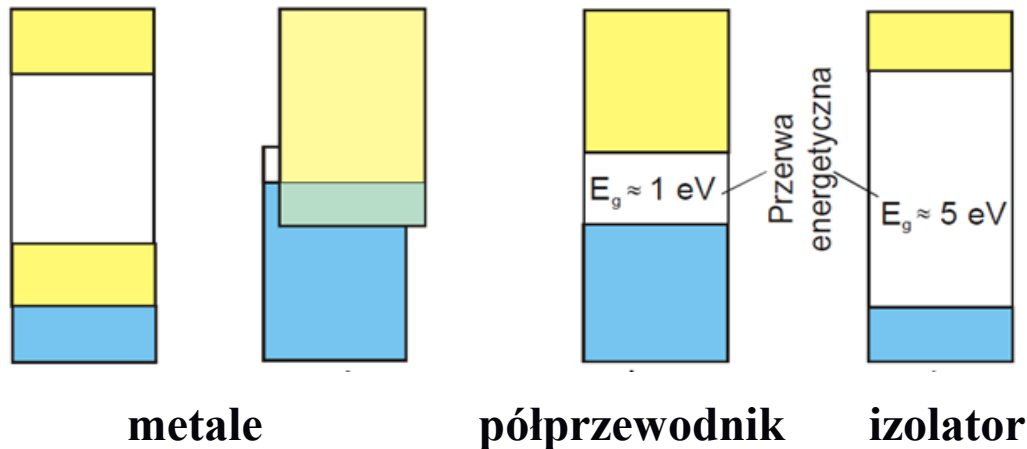
Metale, izolatory, półprzewodniki

- Zbliżenie atomów w kryształach prowadzi do rozszczepienia poziomów energetycznych. Istotnemu rozszczepieniu ulegają poziomy elektronów walencyjnych.
- Rozszczepione poziomy grupują się w pasma



a) i b) - metale,
c) Półprzewodnik
(przerwa wzbr. 1eV-
umownie)
d) izolator

Metale, izolatory, półprzewodniki



To podejście tłumaczy:

- małą oporność metali w niskiej T (brak przerwy wzbronionej: stany wolne znajdują się w sąsiedztwie stanów zajętych elektronami);
- większą oporność półprzewodników i największą - izolatorów (im większa E_g , tym mniejsze prawdopodobieństwo, że elektron znajdzie się w pasmie przewodnictwa);

$$p \sim e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

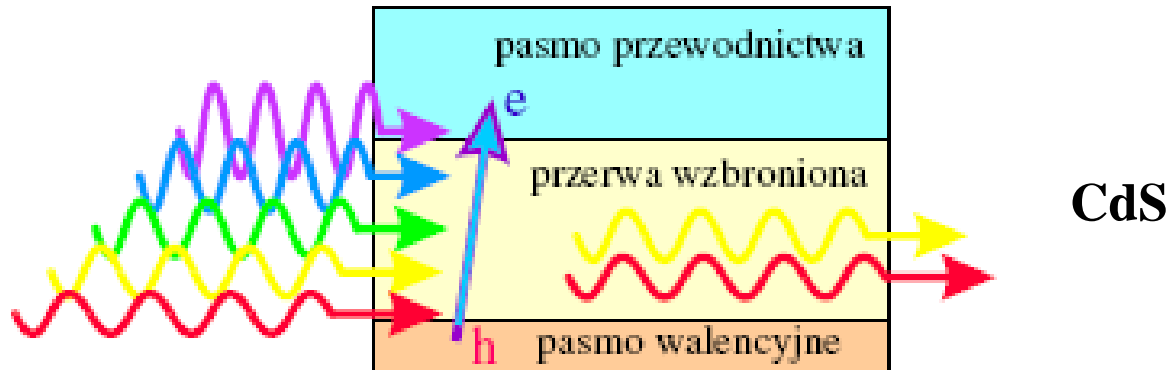
- wykładniczy spadek oporności półprzewodników ze wzrostem temperatury (im wyższa temperatura, tym większe prawdopodobieństwo, że elektron znajdzie się w pasmie przewodnictwa).

Krawędź absorpcji

To podejście tłumaczy również występowanie krawędzi absorpcji w półprzewodnikach i izolatorach (tylko fotony o energii większej od E_g zostaną zaabsorbowane):

$$E_F = \frac{hc}{\lambda} = h\nu \geq E_g$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$$
$$c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$$



Półprzewodniki (Si, Ge, GaAs)

Konfiguracja elektronowa atomu Si:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2 = [\text{Ne}] 3s^2 3p^2$ 4 elektrony walencyjne

Kryształ Si: wiązanie kowalencyjne: hybrydyzacja orbitali sp^3

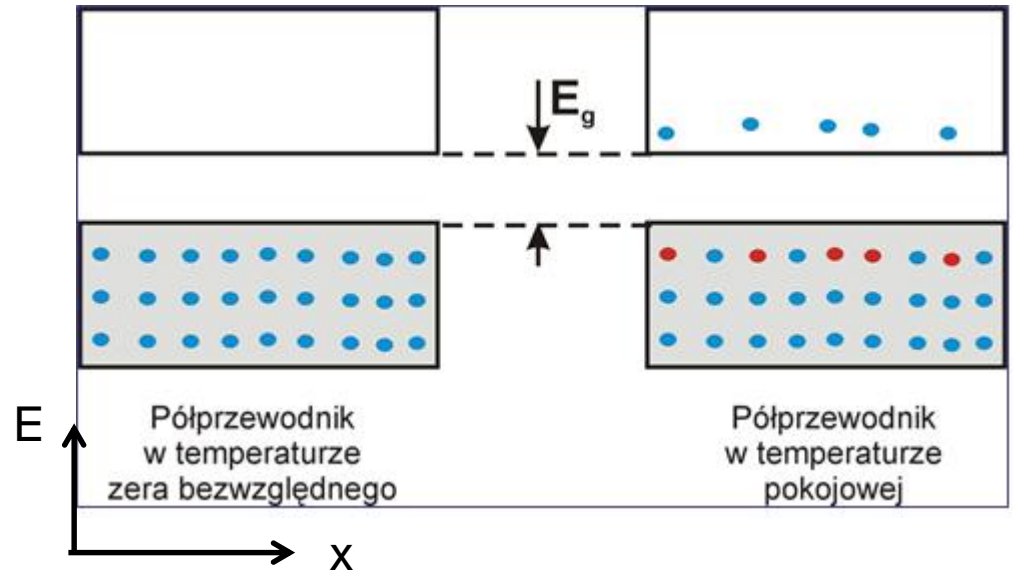
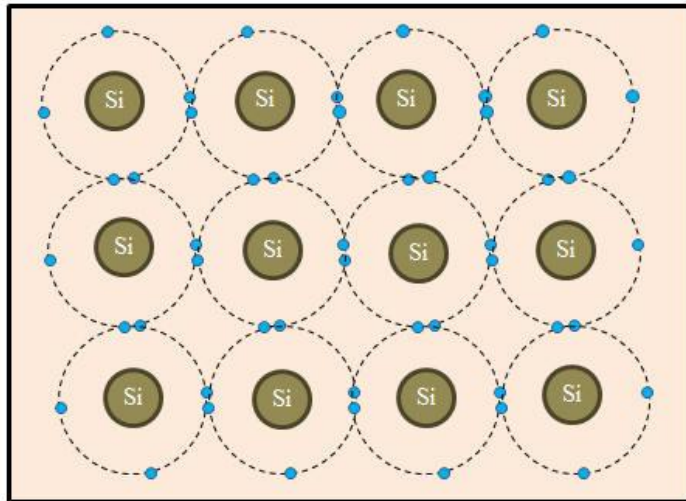
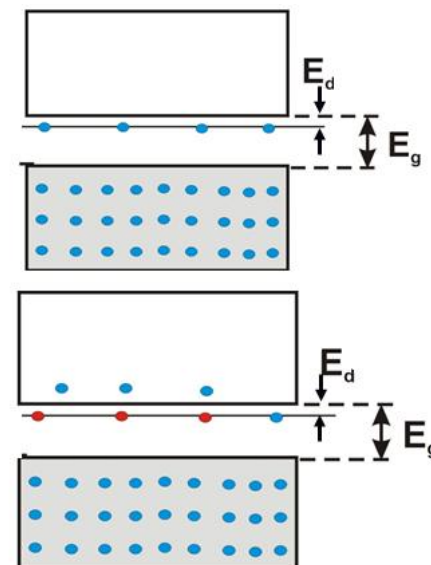
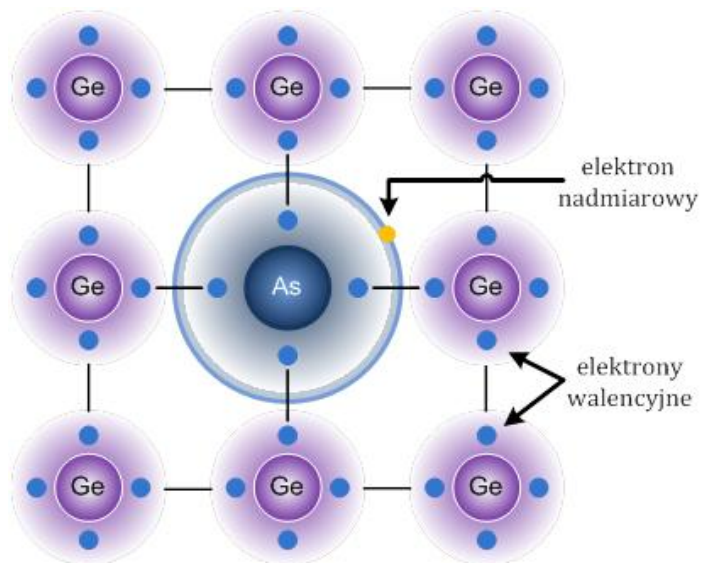
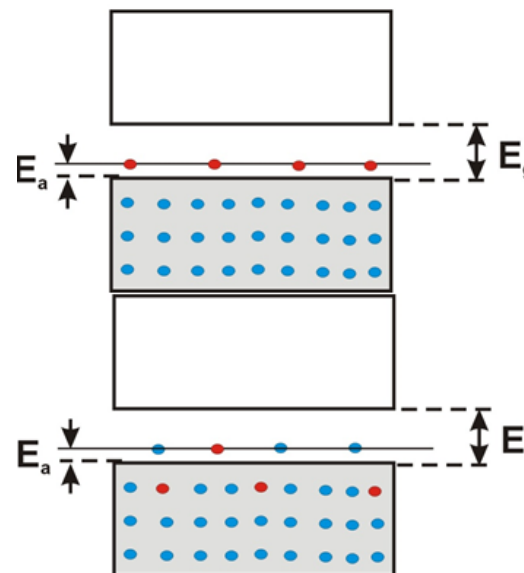
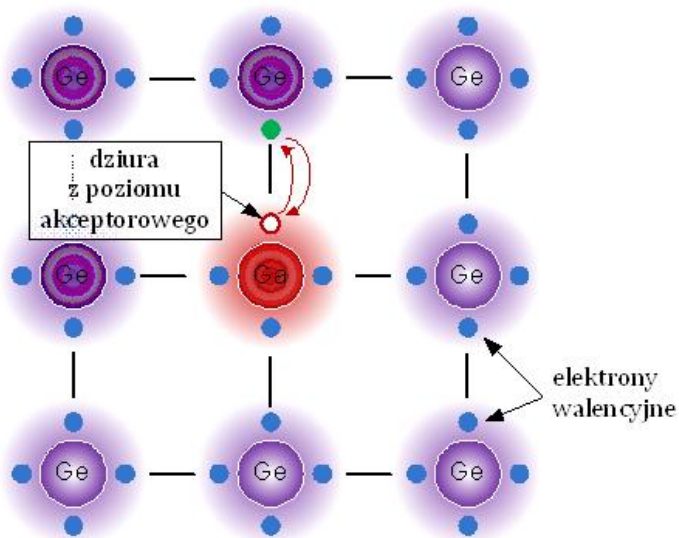


Diagram pasmowy
Półprzewodnik samoistny

Półprzewodnik typu n



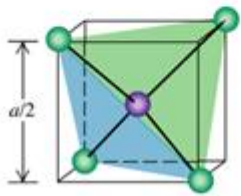
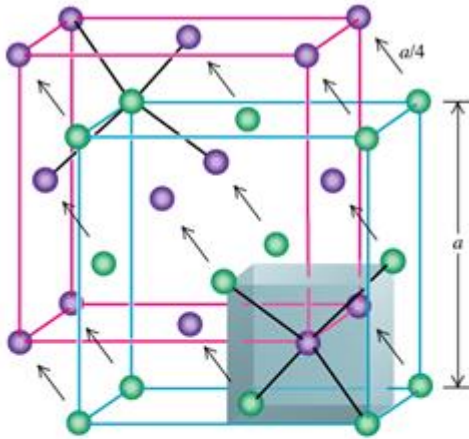
Półprzewodnik typu p



Kłopoty

To podejście nie jest wystarczające aby wyjaśnić, dlaczego trudno jest wykonać diodę świecącą z krzemu....

Problem rozwiązuje uwzględnienie periodyczności sieci krystalicznej.



Komórka elementarna GaAs

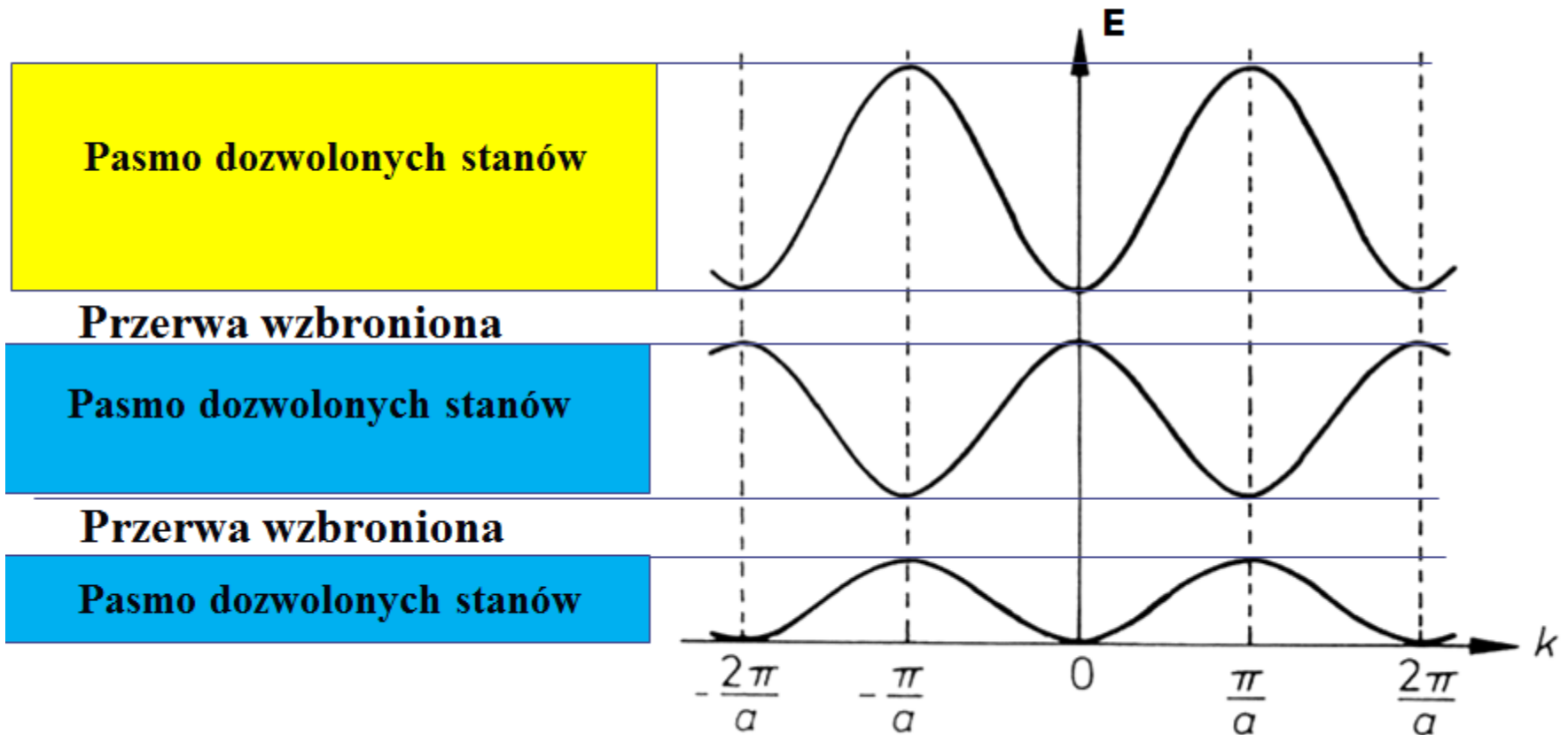
- Okazuje się, że w wyniku periodyczności sieci, elektron i dziura zachowują się tak jak gdyby ich masa była inna od masy swobodnego elektronu. Ta nowa masa nazywa się masą efektywną.
- Struktura krystaliczna prowadzi do relacji dyspersji $E(k)$. Z relacji dyspersji wynika zachowanie elektronów (i dziur) w półprzewodnikach m.in. w polu elektrycznym. Masa efektywna jest zdefiniowana następująco:

$$m_e^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

Z powyższego wzoru wynika, że zależność $E(k)$ decyduje o wielkości masy efektywnej elektronu (dziury) w półprzewodniku.

Periodyczność $E(\mathbf{k})$

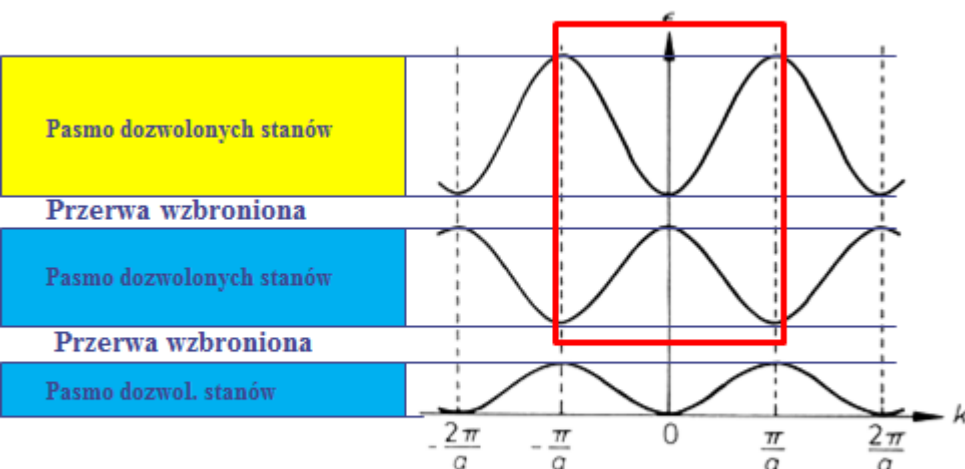
$$E_n(\mathbf{k}) = E_n(\mathbf{k} + \mathbf{G})$$



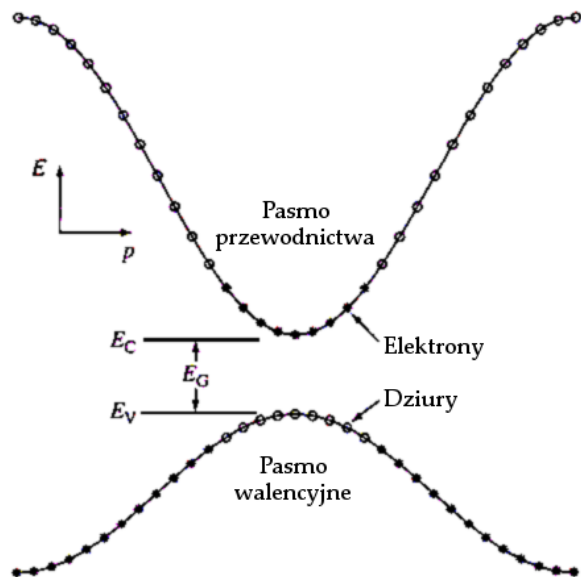
Ze względu na tę periodyczność, wystarczy ograniczyć się do obszaru

od $-\frac{\pi}{a}$ do $+\frac{\pi}{a}$, czyli do tzw. I-szej strefy Brillouina

E(k) (relacja dyspersji)

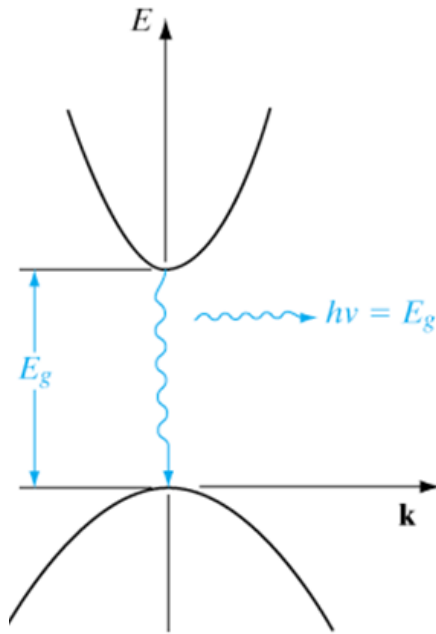


Jak wcześniej wspomniano, ze względu na periodyczność $E(k)$, wystarczy ograniczyć się do obszaru tzw. I-szej strefy Brillouina.

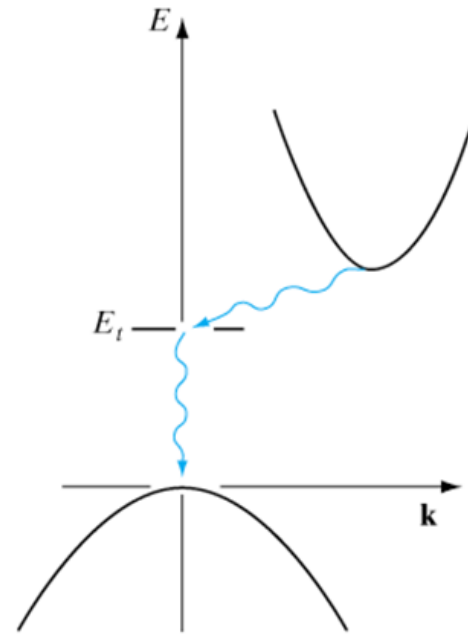


W większości półprzewodników pasmo przewodnictwa i pasmo walencyjne w pobliżu swoich krawędzi mają postać jak na rysunku obok. Z całej zależności $E(k)$ „wycinamy” obszar zaznaczony na górnym rys. na czerwono

Relacja dyspersji $E(\mathbf{k})$



Prosta przerwa wzbroniona

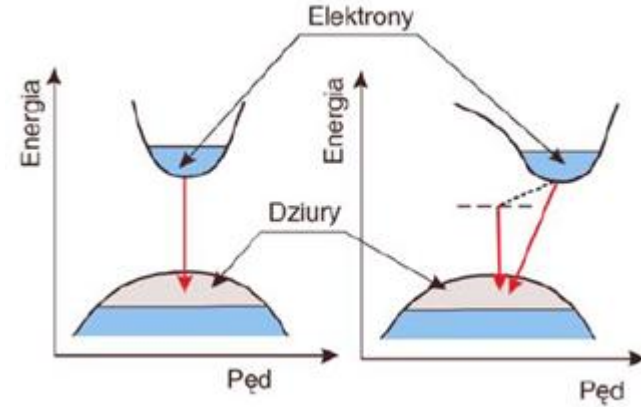


Skośna przerwa wzbroniona

Aby mogła nastąpić emisja lub absorpcja światła, muszą zostać spełnione zasady zachowania energii i pędu (w kryształach tj. pseudopęd). Pęd fotonu jest do pominięcia w stosunku do pędu elektronu. Dlatego emisja i absorpcja w półprzewodniku z prostą przerwą wzbronioną są dużo bardziej prawdopodobne niż w przypadku półprzewodnika ze skośną przerwą, gdzie w obydwu procesach musi wziąć udział trzecia cząstka – fonon. Inaczej nie zostanie spełniona zasada zachowania pędu.

Półprzewodniki – relacja dyspersji E(k)

Przerwy energetyczne, odpowiadające im długości fal oraz typ przejścia wybranych materiałów



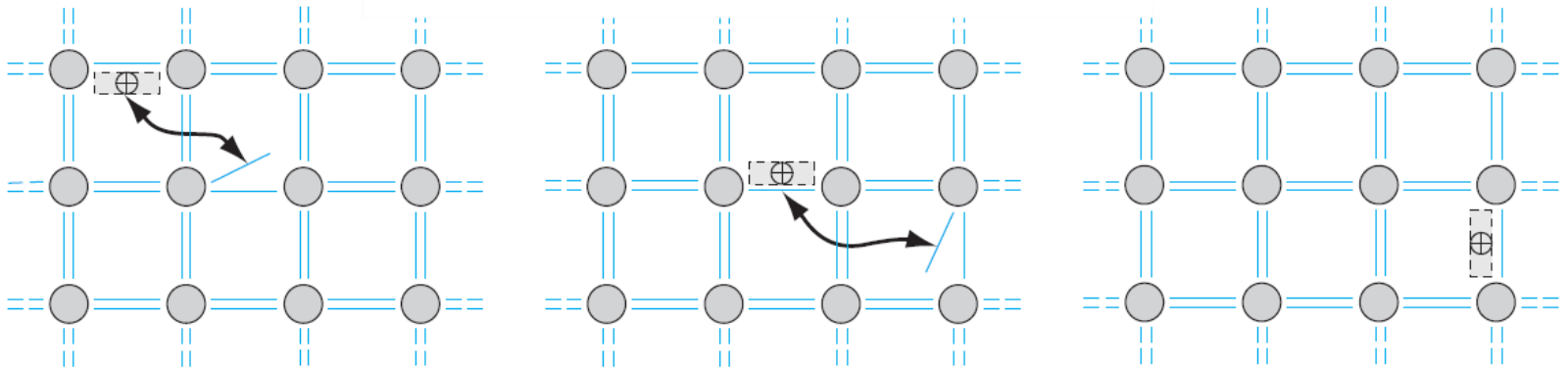
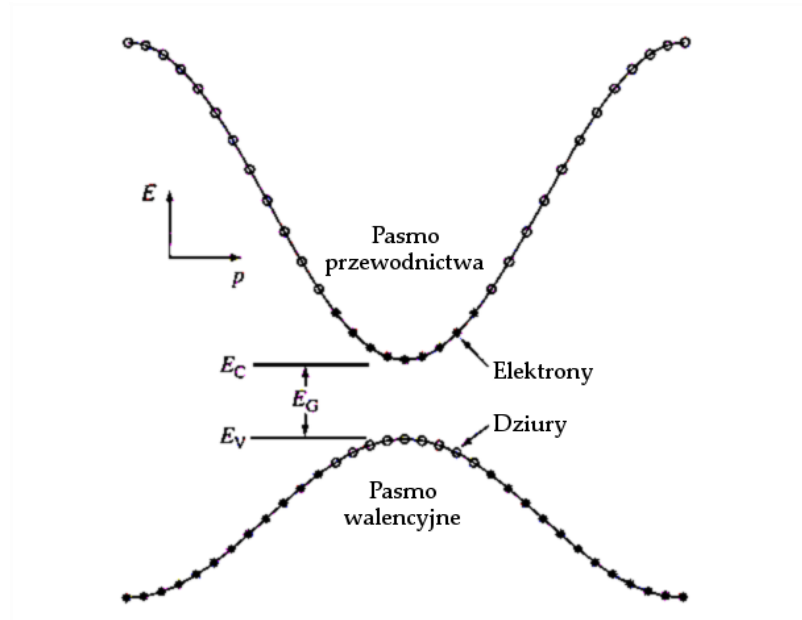
prosta

skośna

$$\lambda(\mu m) = \frac{1.24}{E(eV)}$$

Material	E_g (300K)[eV]	λ (μm) = ch/E_g	Typ
Diament	5.4	0.23	P
<i>Ge</i>	0.66	1.88	S
<i>Si</i>	1.12	1.10	S
<i>AlP</i>	2.45	0.52	S
<i>GaP</i>	2.26	0.55	S
<i>AlAs</i>	2.16	0.57	S
<i>AlSb</i>	1.58	0.75	S
<i>GaAs</i>	1.42	0.87	P
<i>InGaN</i>	2.0 – 6.2	0.37 – 0.52	P
<i>GaN</i>	3.39	0.405	P
<i>InP</i>	1.35	0.92	P
<i>InAs</i>	0.36	3.5	P
<i>InSb</i>	0.17	7.3	P
<i>AlGaAs</i>	1.4 – 1.55	0.8 – 0.9	P
<i>InGaAs</i>	0.95 – 1.24	1.0 – 1.3	P
<i>InGaAsP</i>	0.73 – 1.35	0.9 – 1.	P

Koncepcja dziury



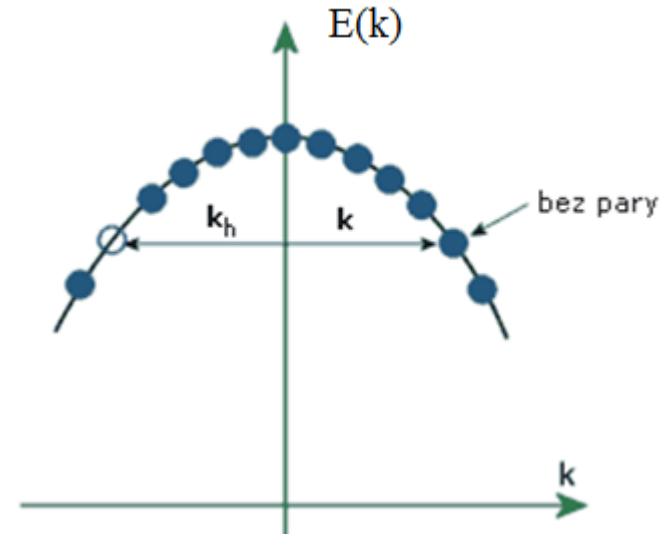
Koncepcja dziury

Elektron opisany funkcją Blocha jest naładowaną cząstką biegnącą przez kryształ. W obrazie klasycznym reprezentuje prąd elektryczny. W paśmie całkowicie wypełnionym każdemu elektronowi o wektorze falowym k /prędkości V_i) towarzyszy elektron z $-k$ /prędkością $-V_i$ i odpowiednie przyczynki do prądu znoszą się.

$$J = (-e) \sum_i^N \mathbf{V}_i = 0$$

Jeśli zabierzemy jeden elektron, to utworzymy pusty stan, ale prąd będzie wówczas różny od zera:

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} - (-e) \mathbf{V}_e = e \mathbf{V}_e$$



Taki sam prąd utworzymy jeśli do całkowicie wypełnionego pasma wprowadzimy dziurę o nieznanym ładunku q_h i nieznannej prędkości v_h

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} + q_h \mathbf{V}_h = q_h \mathbf{V}_h$$

Pojęcie i właściwości dziury

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} - (-e) \mathbf{V}_e = e \mathbf{V}_e$$

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} + q_h \mathbf{V}_h = q_h \mathbf{V}_h$$



$$q_h = +e$$

$$\mathbf{V}_h = \mathbf{V}_e$$

Przyspieszenie brakującego elektronu i dziury są takie same:

$$a_e = -\frac{eE}{m_e^*} = \frac{eE}{m_h^*} = a_h$$



$$m_h^* = -m_e^*$$

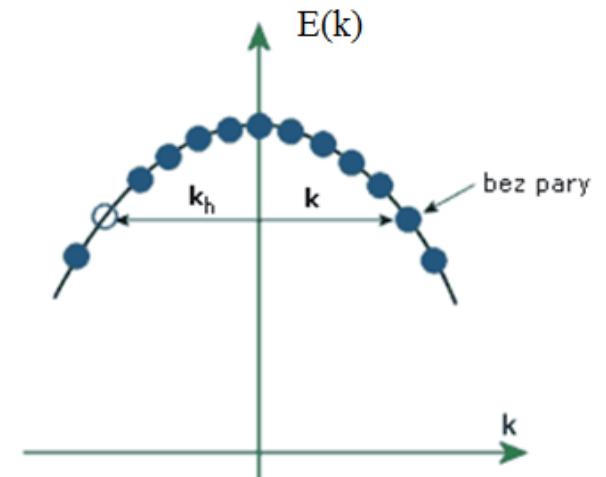
Masa efektywna

Dla elektronu swobodnego:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m} \quad \frac{d^2 E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m} \quad m = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

Dla elektronu w sieci krystalicznej:

$$m_e^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$



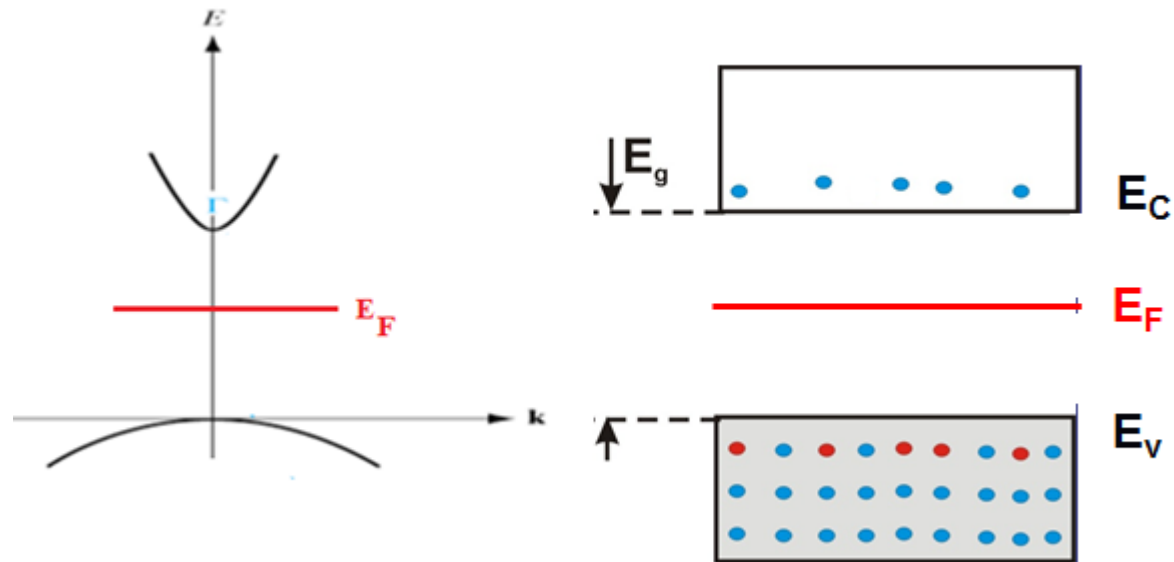
Dla dziury w sieci krystalicznej
(w pasmie walencyjnym):

$$E_h = -E_e$$

$$m_h^* = -m_e^*$$

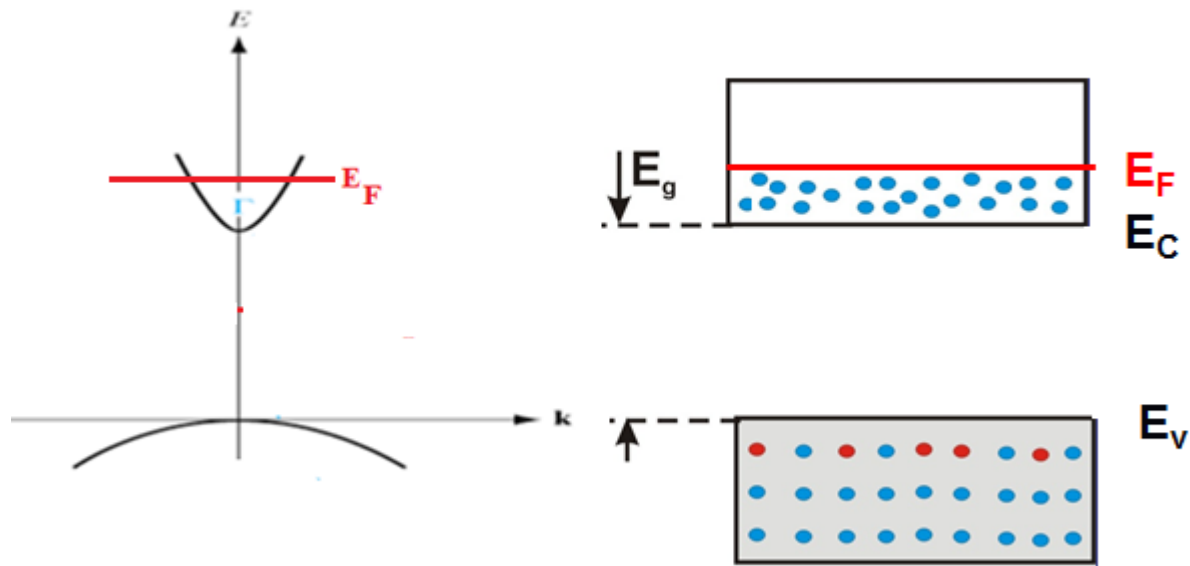
$$\mathbf{k}_h = -\mathbf{k}_e$$

**Półprzewodnik
niezdegenerowany**



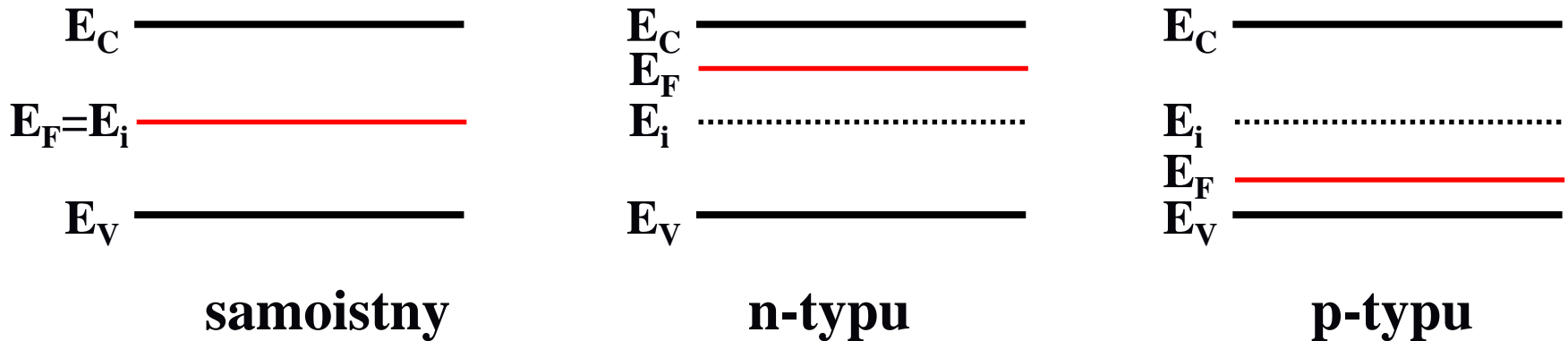
Poziom Fermiego znajduje się w obszarze przerwy wzbronionej

**Półprzewodnik
zdegenerowany
typu n**



Poziom Fermiego znajduje się w obszarze pasma przewodnictwa

Poziom Fermiego w półprzewodniku niezdegenerowanym



Wpływ domieszkowania na poziom Fermiego E_F :

- **n-typu:** poziom Fermiego przesuwa się do góry
- **p-typu:** poziom Fermiego przesuwa się w dół

Półprzewodnik w polu elektrycznym

$$F = -\frac{dE_p}{dx}$$

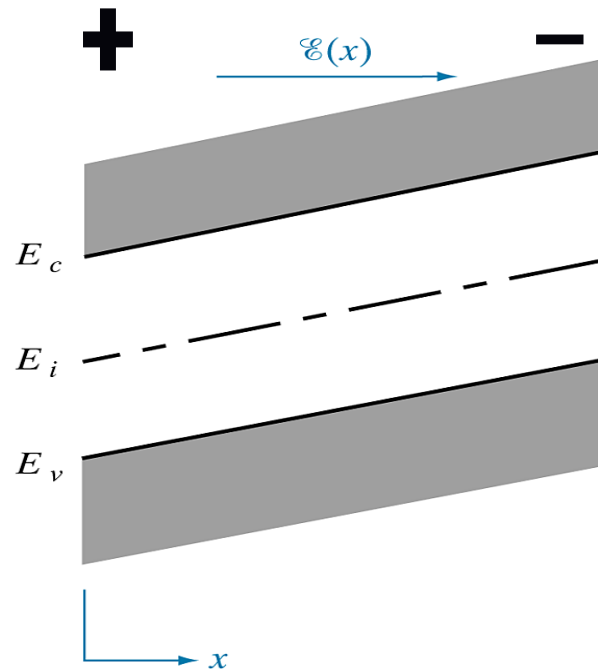
$$-e\varepsilon(x) = -(-e)\frac{dV}{dx}$$

$$\varepsilon(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$\varepsilon(x) = \text{const} = c \rightarrow$$

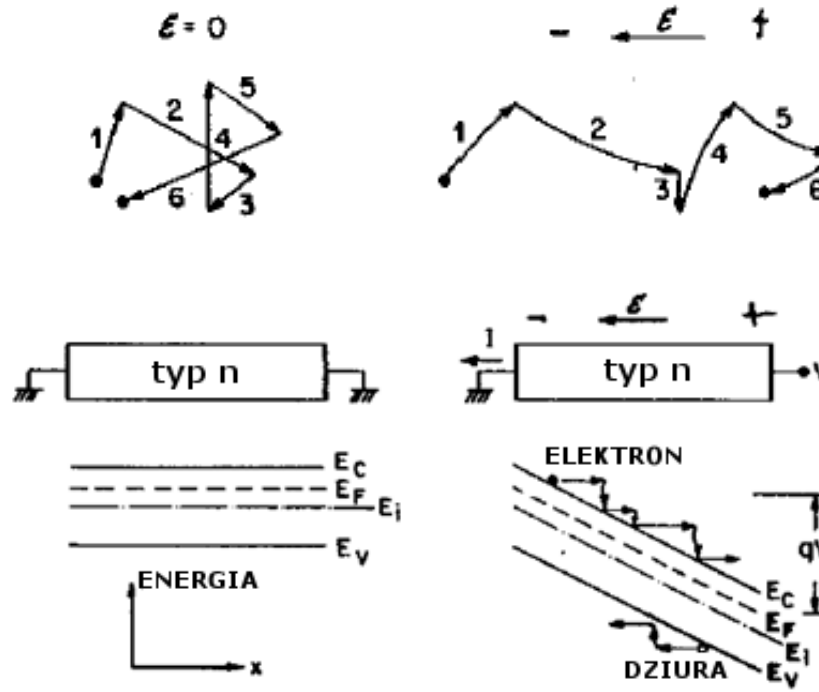
$$V = -cx \rightarrow$$

$$E_p = cex$$



Gęstość prądu unoszenia

Prąd unoszenia:
wynika z obecności
pola elektrycznego



$$J_x = \sigma \epsilon_x$$

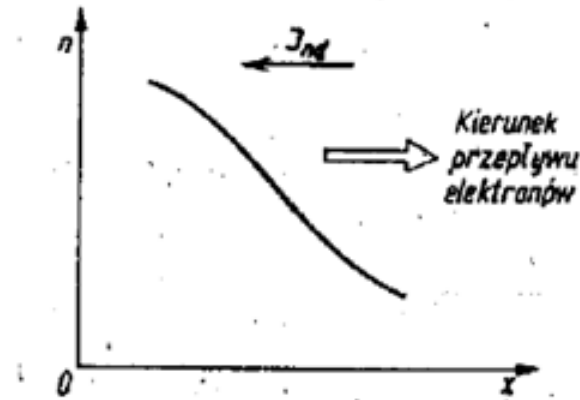
$$J_x = qn \mu_n \epsilon_x$$

Całkowity prąd unoszenia elektronowy i dziurowy:

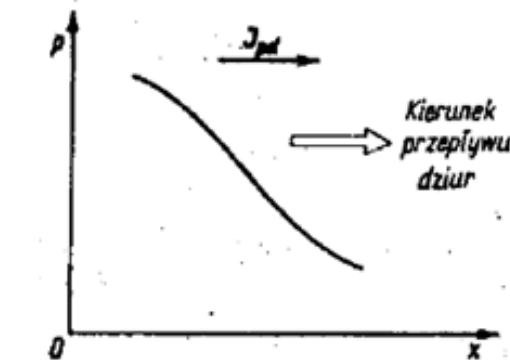
$$J_x = qn \mu_n \epsilon_x + qp \mu_p \epsilon_x = q(n \mu_n + p \mu_p) \epsilon_x = \sigma \epsilon_x$$

Gęstość prądu dyfuzyjnego

Prąd dyfuzyjny:
wynika z gradientu
koncentracji
nośników



$$J_n(\text{dyf}) = -(-q)D_n \frac{dn(x)}{dx} = +qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$



$$J_p(\text{dyf}) = -(+q)D_p \frac{dp(x)}{dx} = -qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Całkowity prąd w obecności pola elektrycznego

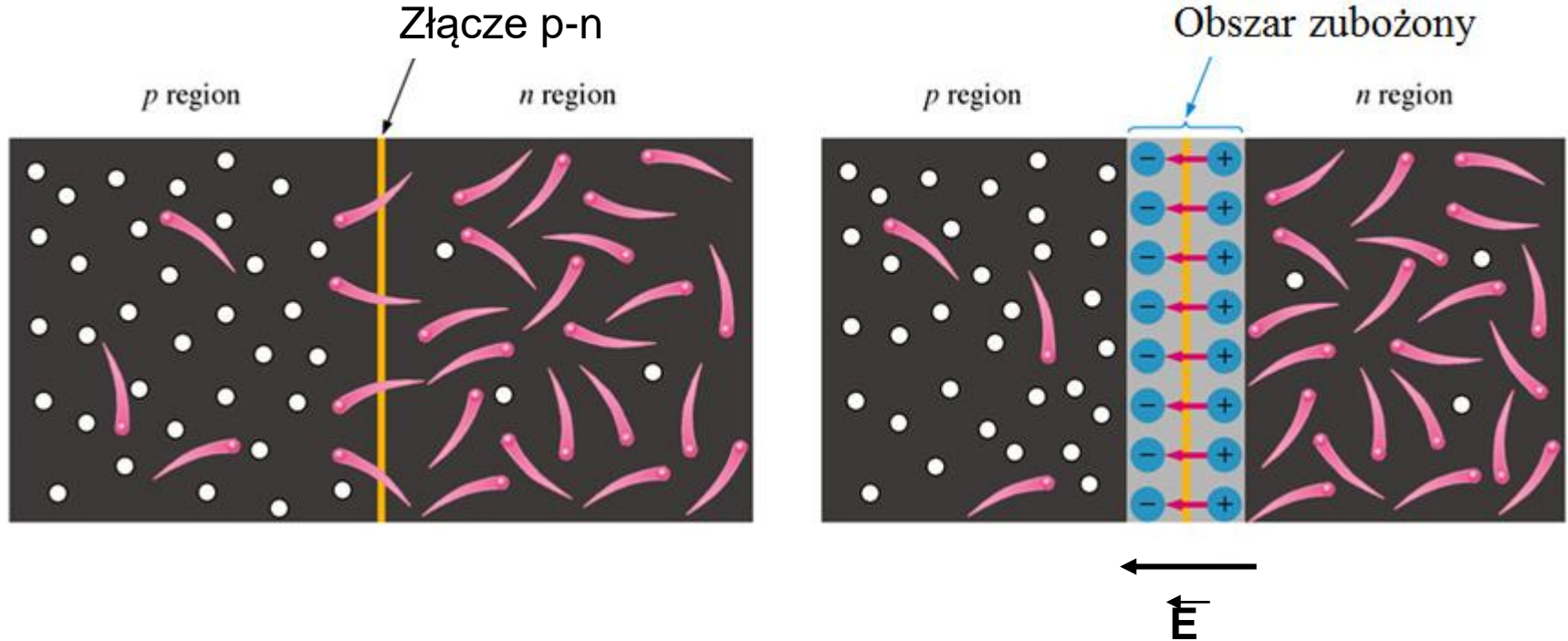
Całkowity prąd jest sumą prądu dyfuzyjnego (elektronowego i dziurowego) i prądu unoszenia (elektronowego i dziurowego) :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}_n(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_p(\mathbf{x})$$

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$J_p(x) = q\mu_p p(x)\varepsilon(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Złącze p-n

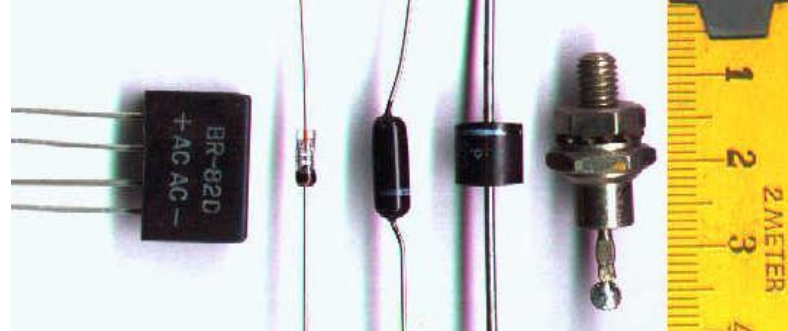


Tworzy się złącze p-n

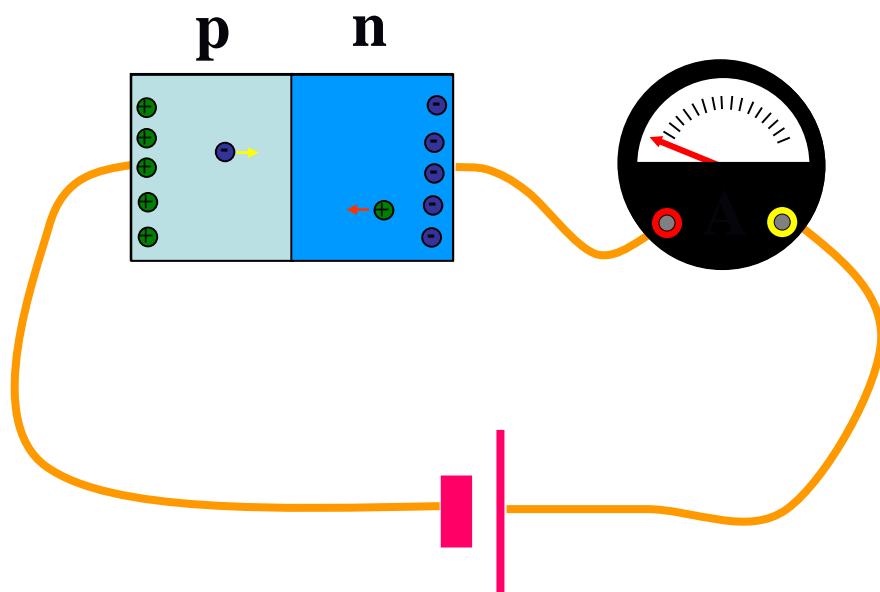
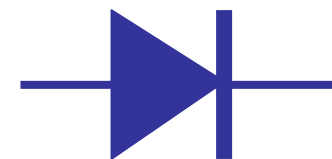
Złącze po utworzeniu

Pole elektryczne na styku dwóch półprzewodników powoduje, że prąd łatwo płynie w jednym kierunku a przepływ w drugim kierunku jest utrudniony.

Złącze p-n dioda półprzewodnikowa

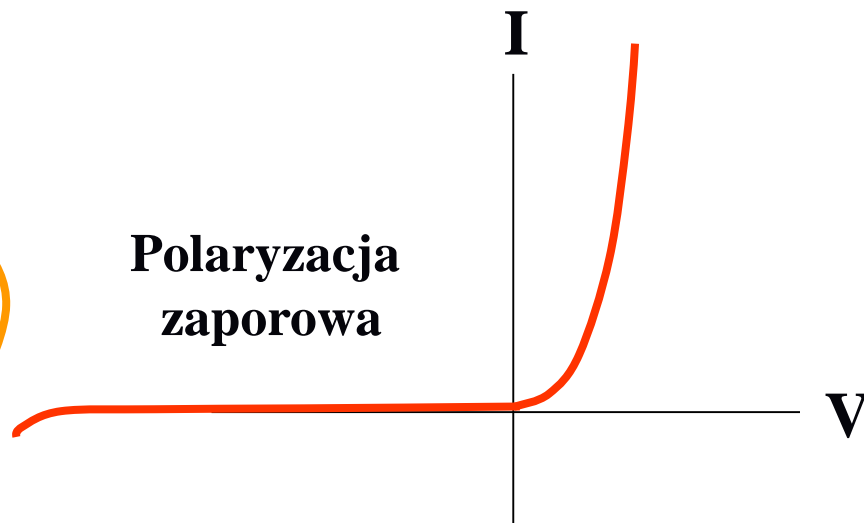


Charakterystyka I-V - nieliniowa

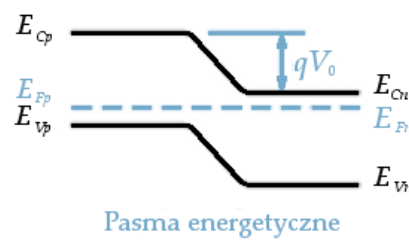
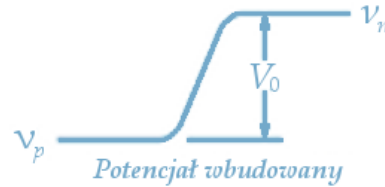
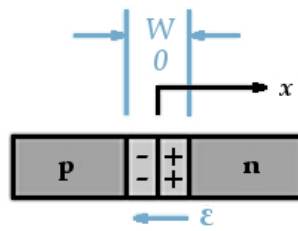


Polaryzacja
zaporowa

Polaryzacja w kier.
przewodzenia

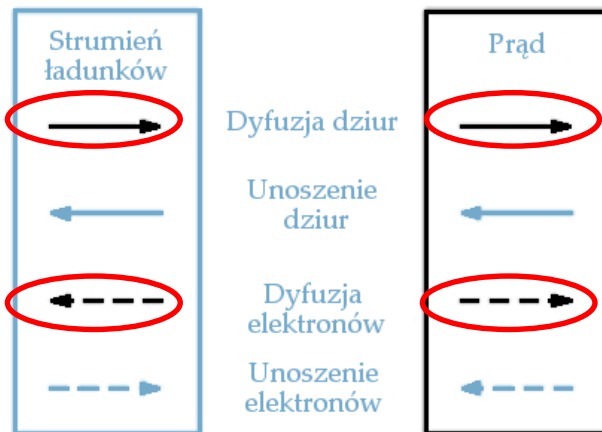


Tworzenie się złącza p-n - diagram pasmowy złącza



(a)

(b)

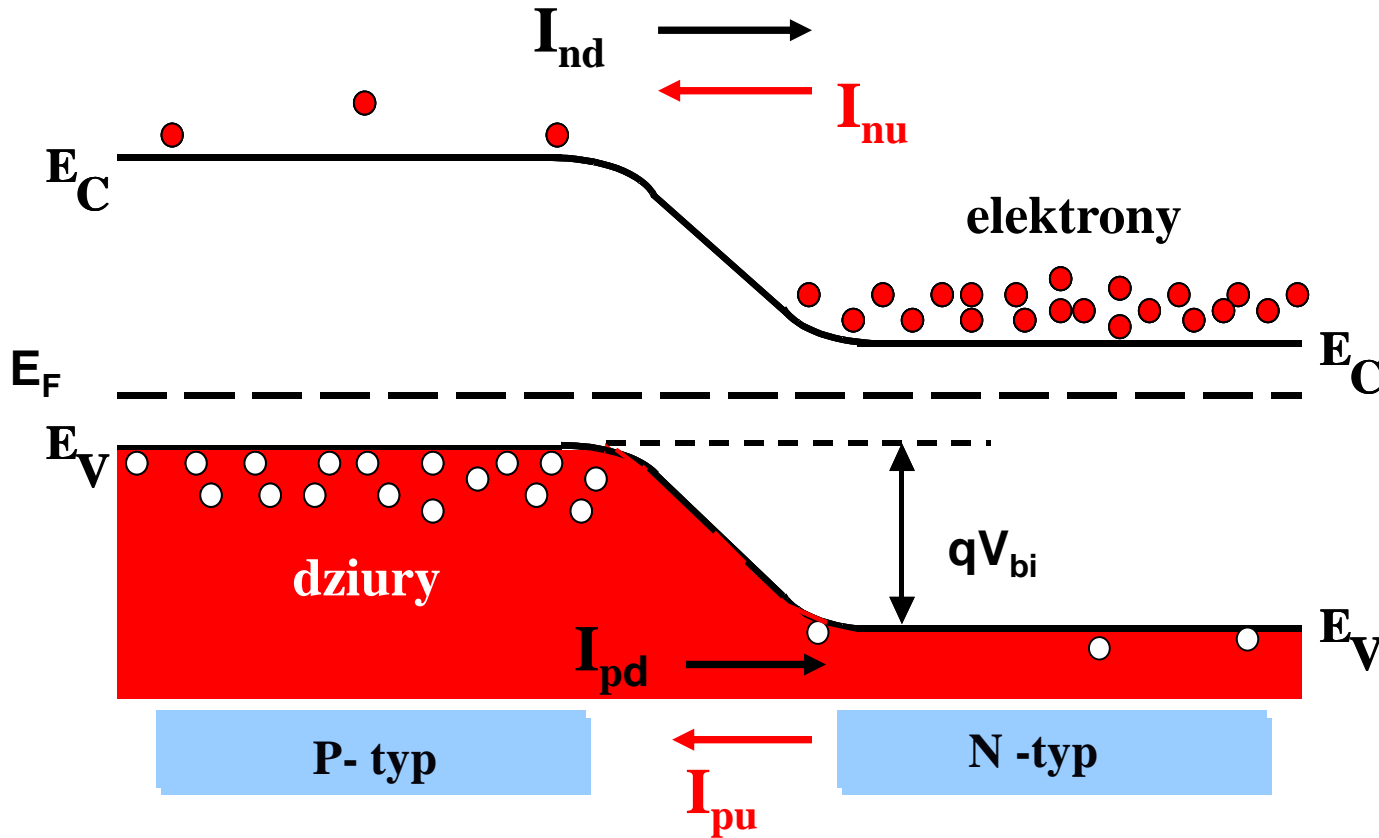


(c)

W stanie równowagi gradient poziomu Fermiego jest równy zeru!

$$\frac{dE_F}{dx} = 0$$

Diagram pasmowy złącza p-n w stanie równowagi termodynamicznej

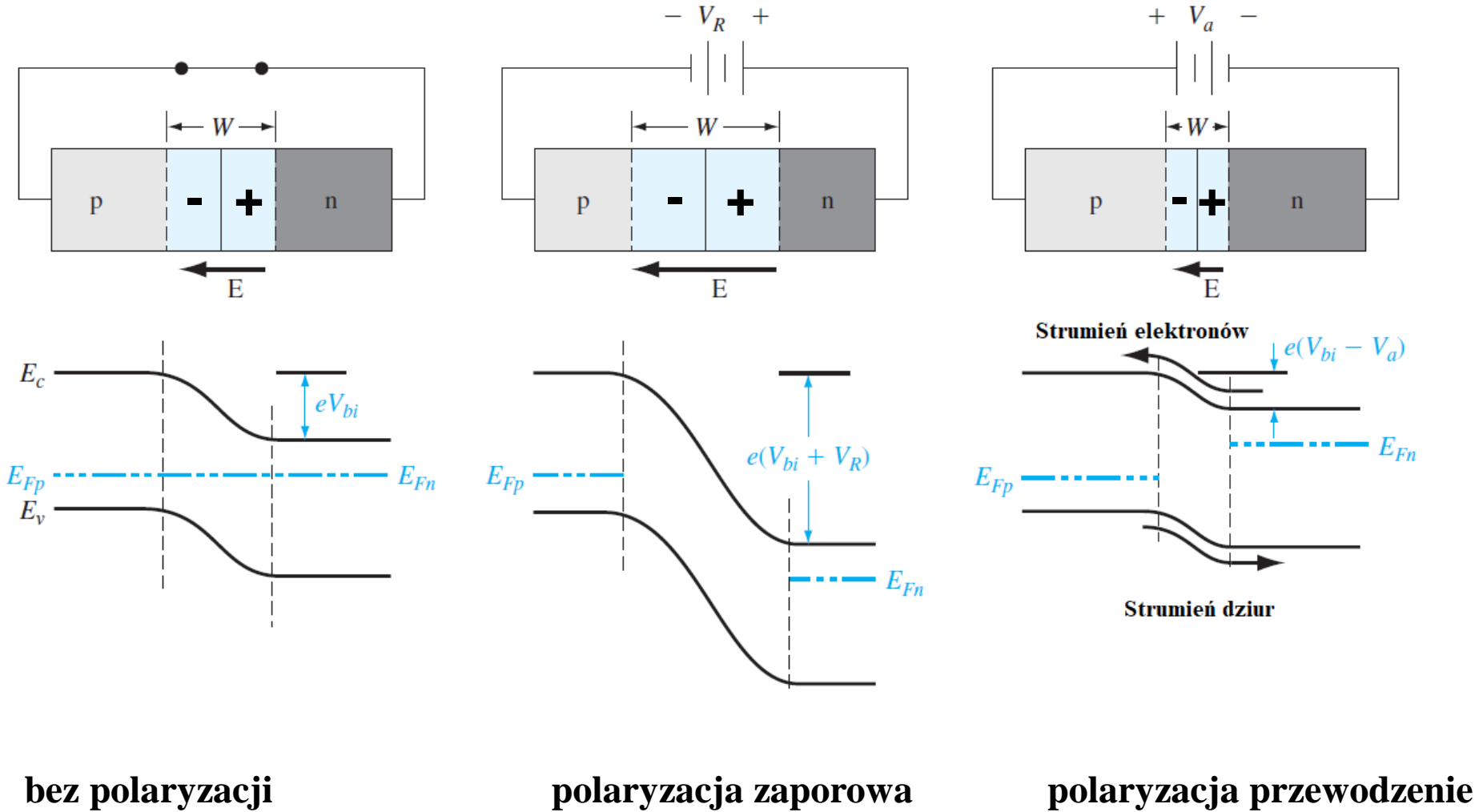


I_{nd} (I_{pd}) – prąd dyfuzyjny elektronowy (dziurowy)

I_{nu} (I_{pu}) – prąd unoszenia elektronowy (dziurowy)

V_{bi} – potencjał wbudowany

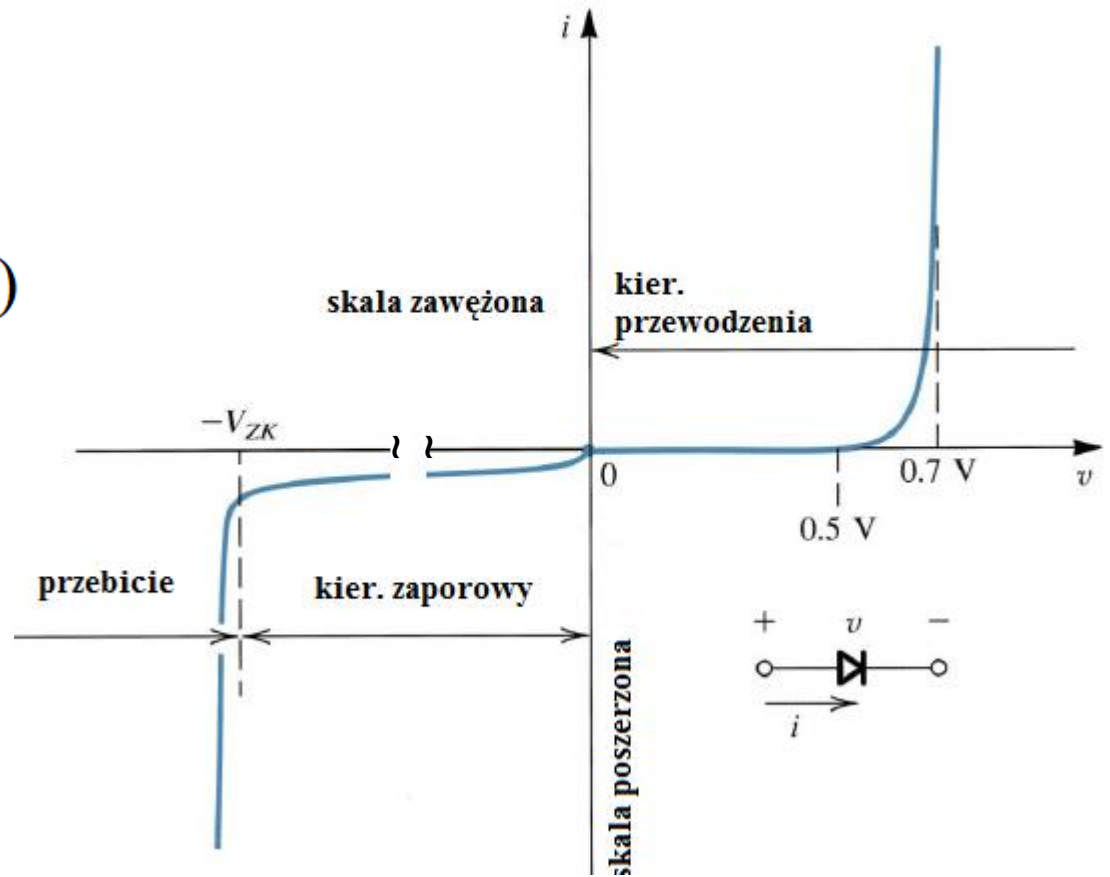
Polaryzacja złącza p-n



Równanie Shockley'a

$$I = I_S \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

$$I_S = qA \left(\frac{D_p}{L_p} p_n + \frac{D_n}{L_n} n_p \right)$$

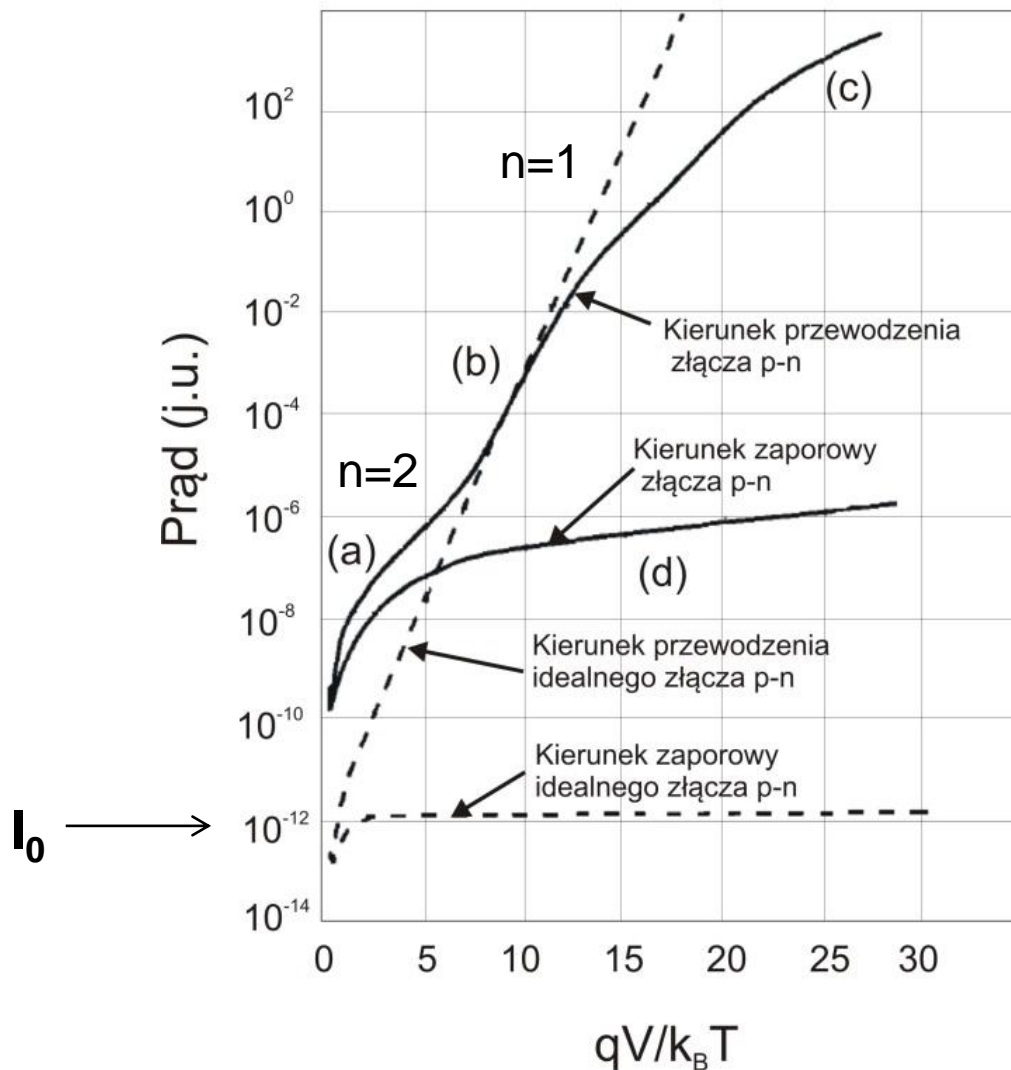


Charakterystyka I-V w rzeczywistym złączu p-n

$$I = I_s \left(e^{\frac{qV}{nkT}} - 1 \right)$$

n – wsp. idealności

- (a) prąd rekombinacji,
- (b) prąd dyfuzyjny,
- (c) wpływ rezystancji szeregowej,
- (d) prąd generacji



I-V i potencjał wbudowany

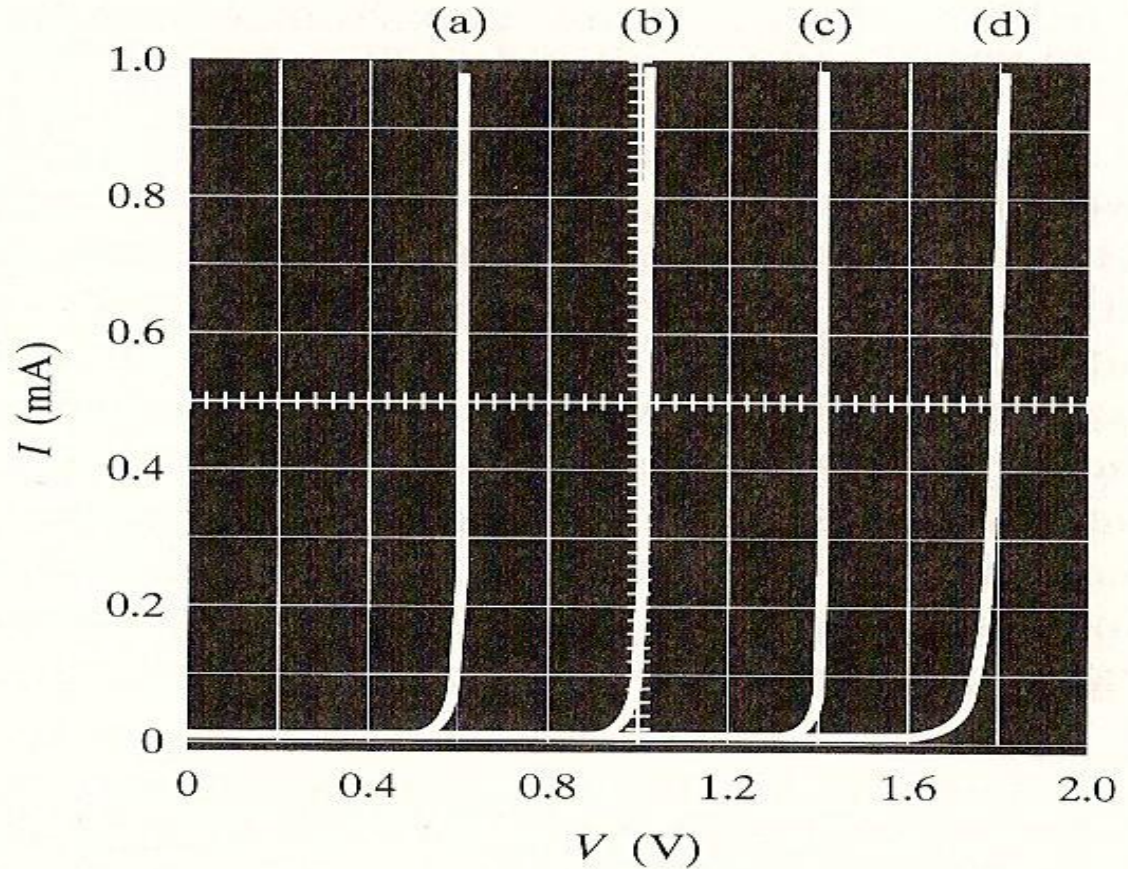
Temperatura 77K

a) Ge $E_g=0.7\text{eV}$

b) Si $E_g=1.14\text{eV}$

c) GaAs $E_g=1.5\text{eV}$

d) GaAsP $E_g=1.9\text{eV}$

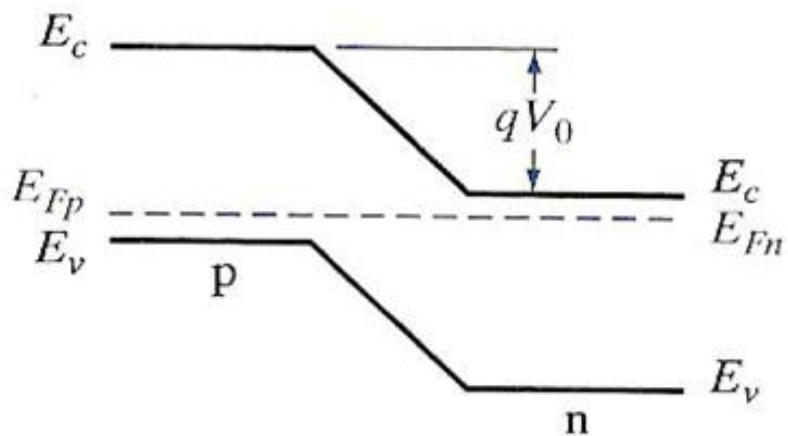


$$qV_0 \cong (0.5 - 0.7)E_g$$

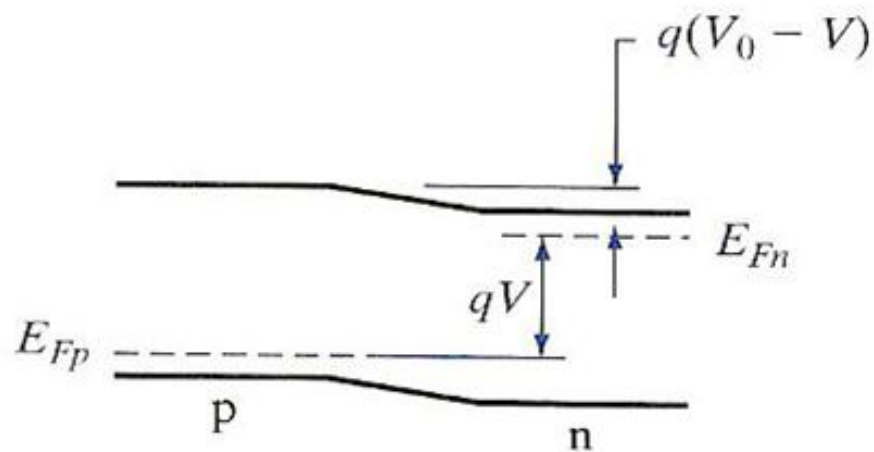
I-V i potencjał wbudowany

W złączach p-n zwykle

$$qV_0 < E_g$$



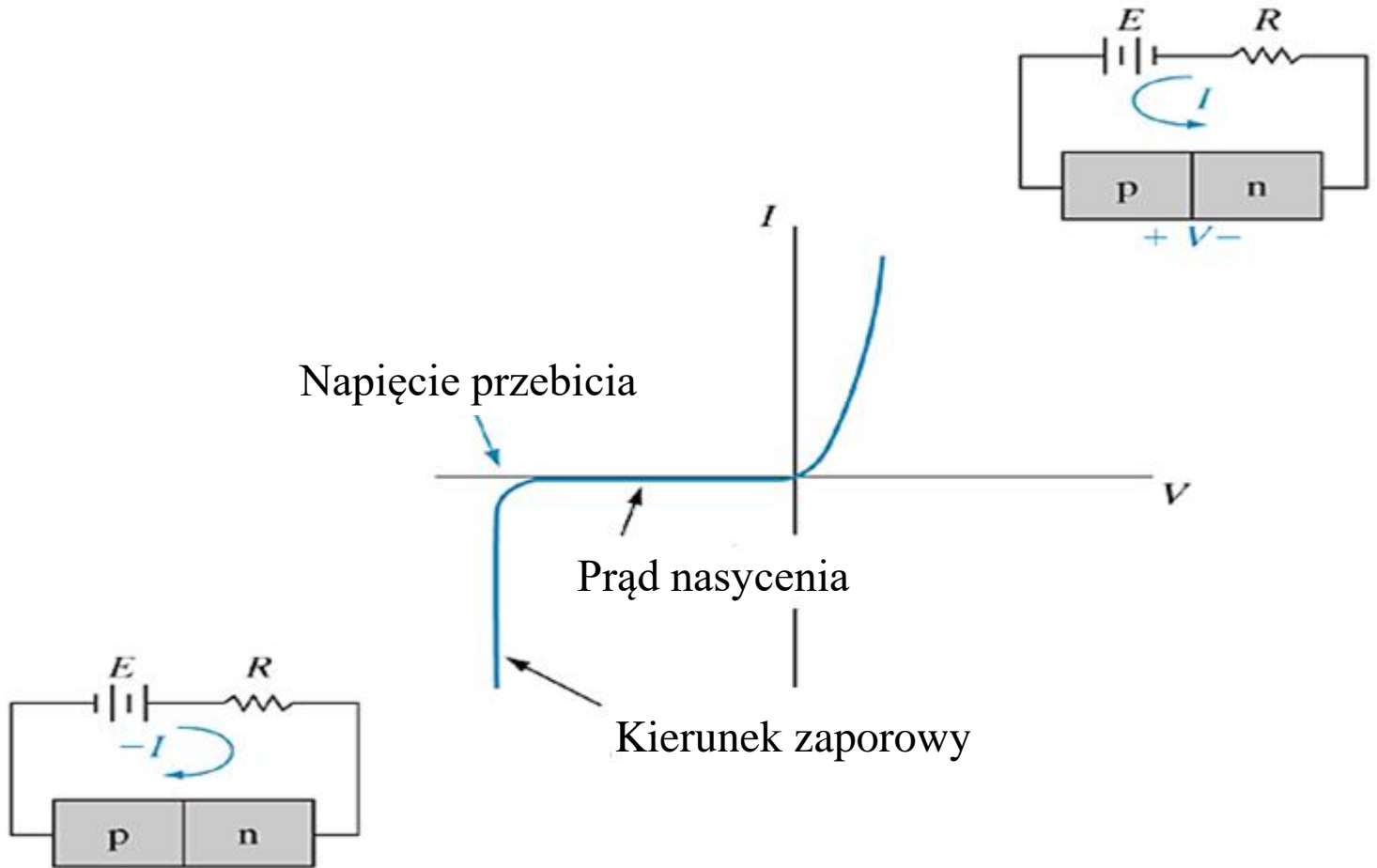
(a)



$$V = \frac{1}{q} (E_{Fn} - E_{Fp}) \approx V_0$$

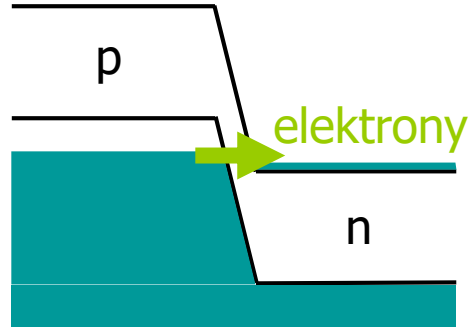
(b)

Charakterystyka I-V, przebicie złącza

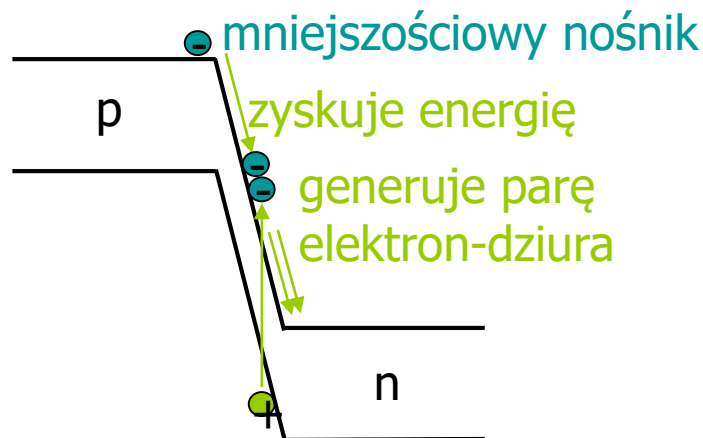


Przebicie złącza w kier. zaporowym

- Efekt tunelowy (dominuje w złączach Si, Ge gdy $V_{przebicia} < 4Eg/e$)



- Jonizacja zderzeniowa (dominuje gdy $V_{przebicia} > 6Eg/e$)



Powielanie lawinowe

P : prawdopodobieństwo jonizacji zderzeniowej z siecią

n_{in} : liczba elektronów przechodzących ze strony p złącza

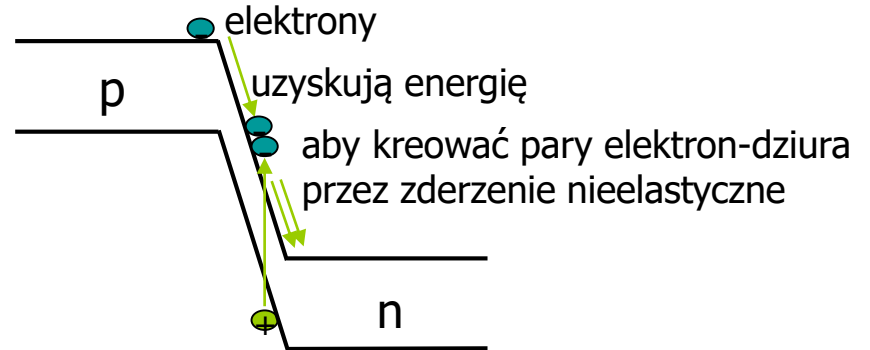
$$n_{out} = n_{in} (1 + p + p^2 + p^3 + \dots)$$

Współczynnik powielania (M_n) :

$$M_n = \frac{n_{out}}{n_{in}} = 1 + p + p^2 + p^3 + \dots = \frac{1}{1-p}$$

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{V_{przebiecia}} \right)^n} \quad \begin{array}{l} \text{zwykle} \\ n = 3 \sim 6 \end{array}$$

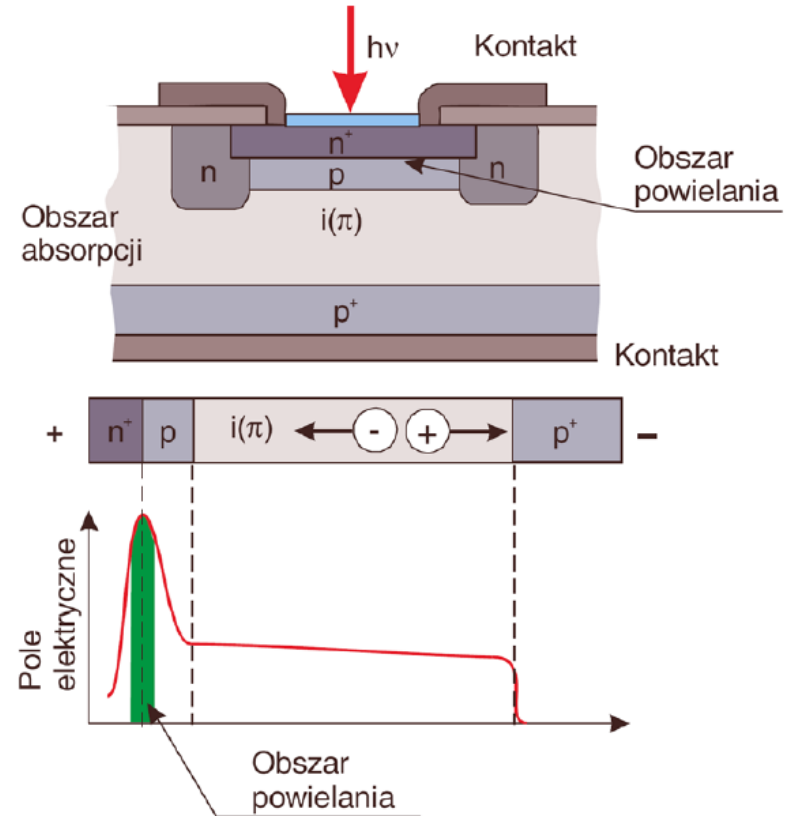
Dioda lawinowa



Powielanie lawinowe ($V_{\text{przebiecia}} > 6 E_g/e$)

Jeśli napięcie polaryzujące jest odpowiednio duże (a więc obszar zubożony szeroki), to nośniki przechodzące przez obszar zubożony uzyskują dużą energię. Zderzając się z węzłami sieci krystalicznej (z atomami) przekazują im część swojej energii, co powoduje przejście elektronów do pasma przewodnictwa, a co za tym idzie również "utworzenie" dziur - innymi słowy ma miejsce jonizacja. Pojawiają się w ten sposób nowe nośniki, które również są przyspieszane, zderzają się z węzłami sieci, itd. Proces ten nabiera charakteru lawinowego i nazywany jest przebieciem lawinowym.

Dioda i fotodioda lawinowa



Fotodioda lawinowa (Avalanche Photodiode)



Licznik pojedynczych fotonów (Single Photon Counter)

Dioda i fotodioda p-i-n

- **Obszary p i n silnie domieszkowane (kontakty omowe)**
- **Szeroki obszar zubożony W, mała pojemność**

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 A}{W}$$

- **Krótką stała czasowa, b. szybka dioda**
- **Pracuje jako element przełączający**
- **Odporna na duże napięcia**

